

EXERCICE 1. On définit la suite (u_n) sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n} \end{cases} \text{ où } a \in [-1; +\infty[.$$

Étudier la monotonie de la suite (u_n)

EXERCICE 2. On suppose $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$. Dans cette question, on veut démontrer "à la main" plusieurs résultats qui sont utilisés dans la pratique :

- ① Démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = +\infty$
- ② Démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$

EXERCICE 3. Déterminer la limite ℓ de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ de terme général : $\frac{n + \cos n}{n - \sin n}$ et trouver un entier N tel que pour tout $n \geq N$, on a $|u_n - \ell| \leq 10^{-2}$.